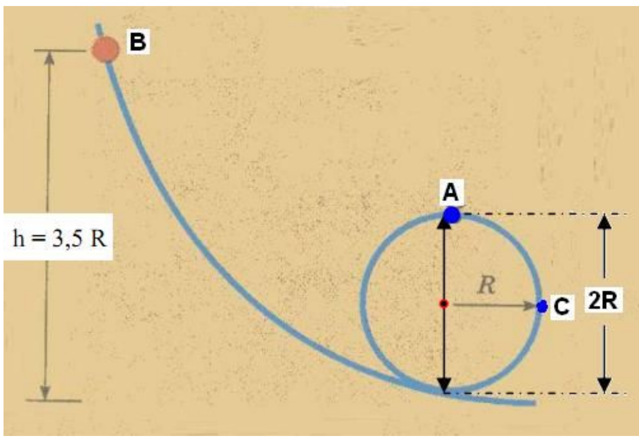
EJERCICIOS RESUELTOS DE ENERGÍA MECÁNICA, POTENCIA Y TRABAJO

Pregunta 1

Una bola perforada se desliza sin fricción por un alambre curvo. La bola se suelta desde una altura h = 3,5R

(a) ¿Cuál es la rapidez en el punto A?

(b) ¿Cuál es la rapidez en el punto C?



Datos:

m_{bola} = 5 grs

R = 1,2 m

Solución

(a) m_{bola} = 5 grs = 0,005 kg

En el punto B

$E_{CB} = 0$

$E_{PB} = mgH$

$E_{PB} = mg\ (3,5\ R)$

En el punto A

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m\, V_A^2$$

$E_{PA} = m\, g\, h$

$E_{PA} = m\, g\ (2\ R)$

Si igualamos la energía mecánica:

$$E_{CB} + E_{PB} = E_{CA} + E_{PA}$$

$$0 + m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2}\,m\,V_A^2 + m\,g\,(2\,R)$$

$$m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2}\,m\,V_A^2 + m\,g\,(2\,R)$$

Se cancela la masa (m)

$$g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2}\,V_A^2 + g\,(2\,R)$$

Ordenando y despejando la velocidad en el punto A. (V_A)

$$3{,}5\,g\,R - 2\,g\,R = \frac{1}{2}\,V_A^2$$

$$1{,}5\,g\,R = \frac{1}{2}\,V_A^2$$

$$2 * (1{,}5\,g\,R) = V_A^2$$

$$3\,g\,R = V_A^2$$

$$V_A = \sqrt{3\,g\,R}$$

Dado que R = 1,2 m: 3 g R = 3 x 10 x 1,2 = 36 m^2/s^2

Luego,

V_A = 6 m/s

(b) En el punto C:

$$E_{CC} = \frac{1}{2}\,m\,V_C^2$$

$$E_{PC} = m\,g\,h$$

$$E_{PC} = m\,g\,R$$

$$E_{CB} + E_{PB} = E_{CC} + E_{PC}$$

$$0 + m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} m\,V_C^2 + m\,g\,R$$

$$m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} m\,V_C^2 + m\,g\,R$$

Se cancela la masa (m)

$$g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} V_C^2 + g\,R$$

$$3{,}5\,g\,R - g\,R = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$2{,}5\,g\,R = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$2 * (2{,}5\,g\,R) = V_C^2$$

$$5g\,R = V_C^2$$

$$V_C = \sqrt{5\ g\ R}$$

Dado que R = 1,2 m: 5 g R = 5 x 10 x 1,2 = 60 m^2/s^2

Luego,

V_C = 7,74 m/s

Problema 2

Una locomotora de 95 ton de masa que desarrolla una velocidad de 40 m/s, aplica los frenos y recorre 6,4 km antes de detenerse.

(a) ¿Cuál es el trabajo ejercido por los frenos?.

(b) ¿Cuál es la fuerza ejercida por los frenos?

(c) ¿Cuánto demora el vagón en frenar?

(d) ¿Qué potencia se requirió para frenar?

(e) ¿Qué potencia se requiere para hacerla andar de nuevo a la misma velocidad de antes con el mismo tiempo que se requiere para frenarla?

Solución:

Datos:

m = 95.000 kg

d = 6,4 km = 6.400 m

v_0 = 40 m/s

v_1 = 0 m/s

(a) La pérdida de energía cinética durante el frenado se traduce en el trabajo de la fuerza de frenado. En otras palabras, el trabajo de frenado debe ser igual al cambio total de energía cinética, que en este caso llega a 0.

<u>Energía Cinética</u>:

Inicial: $E_{C0} = ½.m.v_0^2 = 0{,}5 \times 95.000 \times (40)^2 = 0{,}5 \times 95.000 \times 1.600 = 76.000.000$ J

Final: $E_{C1} = ½.m.v_1^2 = 0{,}5 \times 95.000 \times (0)^2 = 0$

ΔE_C = 0 J - 76.000.000 J = -76.000.000 J

<u>Trabajo</u>:

$\mathcal{W} = Fd$

Luego, el trabajo realizado por los frenos será igual a la variación de energía cinética:

$\mathcal{W} = \Delta E_C$ = -76.000.000 J

(b) La fuerza aplicada por los frenos se obtiene del *trabajo* realizado por éstos:

$\mathcal{W} = Fd$

$\mathcal{W} = \Delta E_C$ = -76.000.000 J

Igualamos:

Fd = -76.000.000 J

F x 6.400 m = -76.000.000 J

$$F = -\frac{76.000.000 \text{ N}\cancel{\text{m}}}{6.400 \cancel{\text{m}}}$$

F = -11.875 N (Ojo que esta fuerza va en sentido contrario al desplazamiento)

(c) Para determinar el tiempo de frenado, sabemos que la velocidad inicial de la locomotora es de 40 m/s y que su velocidad final es de 0 m/s. Además, sabemos que la distancia recorrida es de 6.400 m.

Tenemos:

v_{media} = (40 + 0)/2 = 20 m/s

v = d/t

t = d/v

$t_{frenado} = d_{frenado} / v_{media}$

$t_{frenado} = 6.400\ m / 20\ m/s$

$t_{frenado} = 320\ s$

(d) Potencia = $\mathcal{W} / t$

Potencia = -76.000.000 J / 320 s

Potencia = -237.500 Watt

(e) La potencia requerida para echar a andar la locomotora en los 320 s es la misma que se necesita para frenarla en ese período, pero con signo +.

Potencia = 237.500 Watt

Problema 3

Calcular la potencia de una máquina que eleva 20 ladrillos de 500 g cada uno a una altura de 2 m desde el suelo en 1 minuto. Se considera que no hay cambio de velocidad al levantar los ladrillos.

Solución:

Datos:

m = 500 g = 0,5 kg

h = 2 m

t = 1 min = 60 s

Se adopta g = 10 m/s^2

Primero calculamos la masa total:

$m_T = 20 \cdot 0,5\ kg$

$m_T = 10\ kg$

No hay variación de la velocidad, por lo tanto tampoco varía la energía cinética:

$\Delta E_c = E_{c1} - E_{c0} = 0$

La variación o cambio de energía potencial será:

$\Delta E_p = E_{p1} - E_{p0} = m_T \cdot g \cdot h = 10\ kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 2\ m = 200\ J$

$\Delta E_p = 200\ J$

Al igual que en el caso de la locomotora, aquí se debe aplicar un trabajo a la carga de ladrillos para aumentar su energía potencial.

Trabajo:

$\mathcal{W}$ = Fd

Luego, el trabajo realizado será igual a la variación de energía potencial:

$\mathcal{W} = \Delta E_P = 200$ J

Potencia = $\mathcal{W}$ / t

Potencia = 200 J / 60 s

Potencia = 3,33 Watt

Problema 4

¿Cuál será la potencia necesaria para elevar un ascensor de 45.000 N de peso hasta 8 m de altura en 30 s?. ¿Cuál será la potencia del motor aplicable si el rendimiento es de 0,65?. Se considera que no hay cambio de velocidad.

Solución:

Datos:

Peso = 45.000 N = mg

h = 8 m

t = 30 s

Rendimiento (η) = 0,65

Trabajo:

$\mathcal{W}$ = F.d

Potencia = $\mathcal{W}$ / t

Este problema es análogo al caso anterior.

No hay variación de la velocidad, por lo tanto tampoco varía la energía cinética:

$\Delta E_c = E_{c1} - E_{c0} = 0$

La variación o cambio de energía potencial será:

$\Delta E_p = E_{p1} - E_{p0} = mgh - 0 = 45.000 \text{ N} \times 8 \text{ m} = 360.000 \text{ Nm}$

$\Delta E_p = 360.000$ J

De nuevo, aquí se debe aplicar un trabajo al ascensor para aumentar su energía potencial.

Trabajo:

$\mathcal{W}$ = Fd

Luego, el trabajo realizado será igual a la variación de energía potencial:

$\mathcal{W} = \Delta E_P = 360.000$ J

Potencia = $\mathcal{W}$ / t

Potencia = 360.000 J / 30 s

Potencia = 12.000 Watt

Si el rendimiento es 0,65:

Rendimiento (η) = Potencia necesaria /Potencia motor

Potencia motor = Potencia necesaria /Rendimiento (η) = 12.000 Watt /0,65

Potencia motor = 18.461,5 Watt