

VECTORES

1. Dados los siguientes vectores: $\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ y $\vec{c} = -\hat{j} + 4\hat{k}$.

Determinar:

- a) $|\vec{a} - \vec{b}|$
- b) $\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$
- c) $(\vec{a} - 2\vec{b}) \bullet 3\vec{c}$
- d) $-(4\vec{b} - 3\vec{c}) \times 2\vec{b}$
- e) El ángulo entre los vectores: $3\vec{b}$ y $-2\vec{c}$

Solución:

$$\text{a) } \vec{a} - \vec{b} = (-2 - 4)\hat{i} + [3 - (-3)]\hat{j} + (1 - 3)\hat{k} = -6\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(-6)^2 + 6^2 + (-2)^2} = \sqrt{76} = 8,7$$

$$\text{b) } \vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) - 3(4\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}) + 2(-\hat{j} + 4\hat{k}) = (-2 - 12)\hat{i} + (3 + 9 - 2)\hat{j} + (1 - 9 + 8)\hat{k}$$

$$\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c} = -14\hat{i} + 10\hat{j}$$

$$\text{c) } (\vec{a} - 2\vec{b}) \bullet 3\vec{c} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} - 8\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}) \bullet (-3\hat{j} + 12\hat{k}) = (-10\hat{i} + 9\hat{j} - 5\hat{k}) \bullet (-3\hat{j} + 12\hat{k})$$

$$= (-10)(0) + (9)(-3) + (-5)(12) = -87$$

$$\text{d) } (4\vec{b} - 3\vec{c}) =$$

$$4(4\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}) - 3(-\hat{j} + 4\hat{k}) = 16\hat{i} - 9\hat{j} \Rightarrow -(4\vec{b} - 3\vec{c}) = -16\hat{i} + 9\hat{j}$$

$$2\vec{b} = 8\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$-(4\vec{b} - 3\vec{c}) \times 2\vec{b} = 54\hat{i} + 96\hat{j} + 24\hat{k}$$

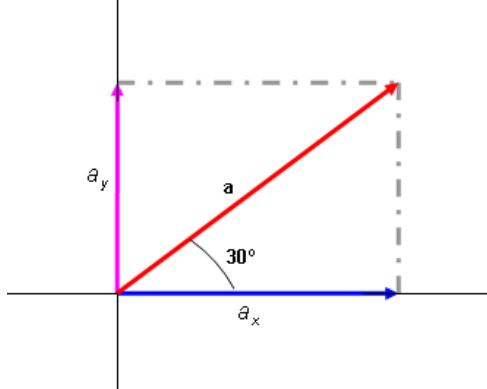
$$\text{e) } \text{Ángulo entre los vectores } 3\vec{b} \text{ y } -2\vec{c}$$

$$3\vec{b} \bullet (-2\vec{c}) = |3\vec{b}| \cdot |-2\vec{c}| \cos \varphi \Rightarrow -90 = \sqrt{306} \sqrt{68} \cos \varphi \Rightarrow \varphi = 128,6^\circ$$

2. Hallar las componentes en X e Y del vector \vec{a} , cuyo módulo es 5, si tiene un ángulo de 30° respecto al eje x.

Solución:

Ligamos el vector \vec{a} a un sistema de coordenadas cartesianas y lo proyectamos en cada uno de los ejes.



$$\cos 30^\circ = \frac{a_x}{a} \quad \text{de donde} \quad a_x = a \cos 30^\circ = 5 \cos 30^\circ \quad a_x = 4,33 \hat{i}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{a_y}{a} \quad \text{de donde} \quad a_y = a \sin 30^\circ = 5 \sin 30^\circ \quad a_y = 2,5 \hat{j}$$

3. Determinar el vector resultante R de las siguientes operaciones y su módulo si:
 $A=2i+3j+k$; $B=-2i+j$; $C=-2i+3j-4k$:

- a) $A+B+C$
- b) $2A+2B-C$
- c) $-A+B+C$

Sol:

- a) $R = -2i+7j-3k$; módulo = 7.87
- b) $R = 2i+5j+6k$; módulo = 8.06
- c) $R = -6i+j-5k$; módulo = 7.87

4. Calcula el vector U en las expresiones siguientes, si se tienen los vectores A
 $=2i+j+4k$ y $B = -2j-3k$:

- a) $A-B+U=2i-j-2k$
- b) $-A+2B-2U=0$
- c) $2A+3U = -i-2j-k$

Sol.:

- a) $-4j-9k$
- b) $-i-(5/2)j-5k$
- c) $-(5/3)i-(4/3)j-3k$